

PSO-MEA 混合优化算法及其收敛性分析

李志华, 许 新, 黎作鹏, 任丹萍

(河北工程大学 信息与电子工程学院, 河北 邯郸 056038)

摘 要: 鉴于单一的优化算法存在收敛精度低、收敛速度慢的不足, 将思维进化算法(Mind Evolutionary Algorithm, MEA)和粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)相结合, 提出了 PSO-MEA 混合优化算法。该算法将粒子群优化算法应用于思维进化算法的趋同操作来寻找子群体内的最优解, 再对整个群体中的各个子群体进行异化操作找到全局最优解, 并通过混合优化算法全局收敛性证明其全局收敛性。最终通过三个常用测试函数的仿真分析, 验证了 PSO-MEA 算法在算法性能方面有较明显的改善, 并且具有收敛精度高和收敛速度快的特点。

关键词: 混合优化算法; 思维进化算法; 粒子群优化算法; 收敛性分析

中图分类号: TP39

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2017)06-0118-05

PSO-MEA Hybrid Optimization Algorithm and Its Convergence Analysis

LI Zhi-hua, XU Xin, LI Zuo-peng, REN Dan-ping

(School of Information and Electric Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

Abstract: In view of the disadvantages of low convergence precision and slow convergence rate of the single optimization algorithm, this study combined the mind evolutionary algorithm (MEA) and the particle swarm optimization (PSO) and proposed the PSO-MEA hybrid optimization algorithm. The similar-taxis operation of the mind evolutionary algorithm used the particle swarm optimization algorithm to search the optimal solution of the sub population. The sub populations in the whole population used the dissimilation operation of the mind evolutionary algorithm to find the global optimal solution. And the global convergence of hybrid optimization algorithm is used to proof the convergence of the algorithm. Finally, through the simulation analysis of three commonly used test functions, the PSO-MEA hybrid optimization algorithm has obvious improvement in the performance of the algorithm and has the characteristics of high convergence precision and fast convergence speed.

Key words: Hybrid optimization algorithm; Mind evolutionary algorithm; Particle swarm optimization; Convergence analysis

1 引言

随着科技的进步、社会的发展,越来越多的复杂问题被发掘出来。对于某些复杂的优化问题,单一的优化算法不足以满足算法性能、收敛速度、收敛精度等方面的需求。因此,混合优化算法已成为新的研究热点^[1]。

混合优化算法的提出主要建立在现代优化算法的基础上,将两个或两个以上的现代优化算法进行组合。并且研究主要集中在全局及局部均衡搜索策略、多子种群协同进化两方面^[1]。有基于粒子群优化算法的^[2-3],有基于遗传算法的^[4],还有基于思维进化算法的^[5]。程翔等将云模型引入细菌觅食优化算法提高了算法的灵活性,将粒子群算法引入提高了

收稿日期: 2016-09-07; **修回日期:** 2016-10-20

基金项目: 河北省教育厅科学研究计划项目(QN2015046);河北省高等学校科学技术的研究项目(QN20131064);河北省邯郸市科学技术研究与发展计划项目(1421103054-6)

算法的全局搜索能力^[6]. 基于当前的研究基础,本文将 MEA 和 PSO 结合起来,构造了一种多子种群协同进化方面的混合优化算法——PSO-MEA 混合优化算法. 通过收敛性证明和实验仿真得出,该算法收敛精度和收敛速度均得到了一定程度的提升.

2 算法简介

2.1 思维进化算法

思维进化算法 (Mind Evolutionary Algorithm, MEA) 是一种通过迭代运算实现的、模仿人类思维进化过程的学习算法^[7]. MEA 是在遗传算法的基础上提出的,采用趋同和异化操作代替遗传算法的交叉和变异操作. 因此,MEA 在收敛速度及优化性能方面均优于遗传算法^[8].

在 MEA 中,将解空间看成是整个群体,将此群体划分为若干个优胜子群体和临时子群体,并且每个子群体由若干个个体组成. 优胜子群体记录的是各个子群体竞争过程中得分高的子群体的信息,临时子群体记录的是子群体竞争的过程. 在此基础上,MEA 创新性地提出了趋同和异化操作. 趋同操作是子群体内个体之间相互竞争、学习,寻找得分高的个体作为子群体优胜者的过程. 当子群体的个体得分得不到再次更新时,则认为该子群体成熟. 并将子群体中每个个体的得分记录在局部公告板上. 异化操作是子群体间相互竞争、不断探测、更新全局公告板和解空间的过程. 每次异化操作后,将每个子群体的得分记录在全局公告板上. 趋同和异化操作相辅相成且保持一定的独立性,提高了寻找最优解的效率. MEA 寻找最优解的过程如图 1 所示.

2.2 粒子群优化算法

粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 是一种群智能优化算法^[9]. PSO 最初的提出来源于人工生命和演化计算理论的思想. PSO 通过鸟群集体的协作能力使群体到达最优的位置,类似于鸟群的飞行觅食行为.

假设在一个 D 维的搜索空间中(搜索空间也即解空间), $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 表示由 n 个粒子组成的种群,其中第 i 个粒子是一个 D 维的向量 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})^T$, 代表第 i 个粒子在 D 维搜索空间中的位置. 每个粒子位置 X_i 的适应度值根据目标函数或适应度函数计算得到. 第 i 个粒子的速度为 $V_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD})^T$, 其个体极值为 $P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iD})^T$. 种群的群体极值为 $P_g = (P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gD})^T$.

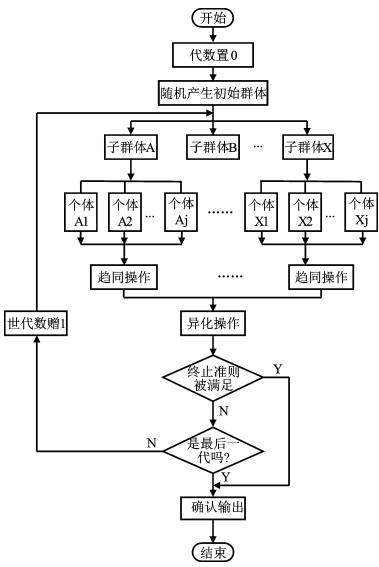


图 1 MEA 寻优流程图

在迭代过程中,粒子更新自身速度和位置的公式为

$$V_{id}^{k+1} = V_{id}^k + c_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k) + c_2 r_2 (P_{gd}^k - X_{id}^k)$$
(1)

$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + V_{id}^{k+1}$$
(2)

式中, $d = 1, 2, \dots, D; i = 1, 2, \dots, n; k$ 为当前迭代次数; V_{id} 为粒子的速度; c_1 和 c_2 是非负的常数,称为加速因子; r_1 和 r_2 是分布于 $[0, 1]$ 区间的随机数. 需要注意的是,为了防止粒子的盲目寻找,本文将其位置和速度限制在 $[-X_{\max}, X_{\max}]$ 、 $[-V_{\max}, V_{\max}]$ 区域内.

2.3 算法分析

MEA 采用多种群并行进化的机制,将解空间作为一个群体. 趋同和异化操作两个功能便于分辨、提高效率,两种操作中任何的改进对提高算法的搜索能力都是有所提高的. 由于 MEA 在前期阶段对各个子群体内部进行寻优,因此其早期收敛速度慢.

PSO 整个寻优过程是跟随当前最优解的过程,易在计算机上实现,具有快速收敛的特点,从而能够提高算法性能和效率. 但如果当前最优解寻找不当,PSO 存在陷入局部最优解的不足.

因此,两种算法之间在寻找最优解方面存在一定的可参考性. 将 PSO 应用于 MEA 的趋同操作中有望改善算法性能,提高算法的收敛速度和收敛精度.

3 PSO-MEA 混合优化算法

3.1 PSO-MEA 混合优化算法设计

通过上述的分析,本文将 MEA 和 PSO 相结

合,提出了一种混合优化算法——PSO-MEA 混合优化算法.其主要思想是将 PSO 用于 MEA 的趋同操作.在 MEA 趋同操作中应用 PSO 可以快速的找到局部最优解.再利用 MEA 的异化操作及公告板信息,找到解空间的最优解,具体过程如下.

(1)初始化.初始化各参数.设置 NS+NT 个子群体作为初始群体,各群体在解空间中随机产生 S 个个体.根据适应度函数确定 NS 个优胜子群体和 NT 个临时子群体,更新局部公告板的信息.

(2)趋同操作.采用 PSO 对每个子群体进行全面搜索,并且计算其得分.将子群体中的得分最高的个体作为本代的优胜者,更新局部公告板的信息.重复上述搜索过程,当连续 n 次搜索均找不到最好的个体时,则此子群体成熟.将成熟后的优胜者的得分作为子群体的得分.

(3)异化操作.异化操作是在子群体之间进行的.如果成熟后的临时子群体的得分高于优胜子群体的得分,则使用临时子群体代替优胜子群体,放弃被代替的优胜子群体.如果临时子群体的得分不高于任何一个优胜子群体的得分,放弃此临时子群体.被放弃的优胜子群体和临时子群体将重新散布在解空间内,重新产生新的群体进行(1)、(2)操作.

(4)通过不断的重复步骤(2)和(3),根据设定好的终止条件即可得到全局最优解.

3.2 算法伪代码与分析

根据上述设计,PSO-MEA 混合优化算法的伪代码描述如下:

所使用的符号
S:群体的尺寸
SG:子群体的尺寸
NS:优胜子群体的数目
NT:临时子群体的数目
PBest:最优适应度值
gBest:局部适应度值
success=0:找到最优值时,success=1
PopulFit:记录群体适应度值

1	begin
2	$t \leftarrow 0$
3	随机产生 S 个个体
4	根据适应度函数评价 S 个个体
5	构成 NS 个优胜子群体
6	构成 NT 个临时子群体
7	while (不满足条件) do
8	begin
9	$t \leftarrow t+1$
10	各子群体内进行趋同操作
10-1	do

10-2	For 每个粒子
10-3	计算适应度值
10-4	if 适应度值>PBest
10-5	PBest $\leftarrow$ 适应度值
10-6	end
10-7	end
10-8	gBest $\leftarrow$ 选择所有粒子的最优适应度值
10-9	For 每个粒子
10-10	根据式(1)计算粒子速度
10-11	根据式(2)计算粒子位置
10-12	end
10-13	while (迭代次数或最小误差不满足)
11	各子群体内进行异化操作
11-1	For 每个粒子
11-2	PopulFit $\leftarrow$ 根据适应度函数评价群体适应度
11-3	对 PopulFit 升序排序
11-4	if 满足误差条件
11-5	success=1
11-6	end
11-7	PBest=min(PopulFit)
11-8	end
12	end
13	end
14	end

本文提出的 PSO-MEA 混合优化算法初始化多个子群体,PSO 在各子群体中独立搜索,各子群体间通过全局公告板记录的信息进行异化操作,可以精确的找到全局最优解.

4 算法收敛性证明

依据已有的收敛性定理对 PSO-MEA 混合优化算法进行全局收敛性分析证明.

引理 1^[10]单调不升且有下界的数列 $\{f_n\}$ 必有极限,且 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = \inf\{f_n\}$.

引理 2^[10]单调不升且有下界的数列 $\{f_n\}$ 的任何子序列 $\{f_{n_k}\}$ 的极限等于该序列的极限.

文献[11]定义了混合优化算法全局收敛的必要条件.其表述如下定理 1 所示.

定理 1^[11] 如果某算法具有以下两个性质(条件).

① 与历史最优解进行比较时,采用精英保留策略,即

$$f_{k+1}^* = \begin{cases} f(X), & f(X) < f_k^* \\ f_k^*, & \text{其他} \end{cases} \tag{3}$$

式中, f_k^* 为经过前 k 次比较所发现且保留到 k 时刻的最优点的函数值; X 为第 $k+1$ 次与历史最优值进行比较的采样点.

② 从任意非全局最优点(不妨设为 X') 转移到与之对应的水平集 $L(X') = \{X \mid f(X) <$

$f(X'), X \in S$ 的概率不为 0. 其中 S 表示整个搜索空间.

那么,算法最优序列依概率 1 全局收敛.

通过对混合优化算法全局收敛的必要条件进行分析得出,假设 PSO-MEA 混合优化算法优化的目标函数 f 是一个趋向最小化优化的可测函数. 该算法的随机采样点序列为 $\{f_n\}$, 并且 PSO-MEA 混合优化算法同时满足上述条件 ① 和 ②. 设 $\{f_k^*\}$ 序列是算法采样点序列的最优序列, f^{**} 为目标函数的全局最优值. 则需证明:

$$P\{\lim_{k \rightarrow \infty} f_k^* = f^{**}\} = 1 \quad (4)$$

证明:

因为 PSO-MEA 混合优化算法利用全局公告板保留群体的最优解,即采用适应度值非递增的精英保留策略;所以 PSO-MEA 混合优化算法满足上述条件 ①.

反证法:假设 PSO-MEA 混合优化算法不满足全局收敛的条件 ②.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f_k^* = f_n^{**}, \text{ 且 } f_n^{**} \neq f^{**}$$

因为 f^{**} 是目标函数的全局最优解,因此有 $f_n^{**} > f^{**}$.

由引理 1 知, $\lim_{k \rightarrow \infty} f_k^* = f_n^{**} = \inf\{f_k^*\}$, 则 $\forall k \in \mathbb{Z}^+, f_k^* \geq f_n^{**}$.

不妨设 X' 是 f_n^{**} 对应的采样点, 则 $f_n^{**} = f(X')$.

综合上述两点, $\forall X \in S, f(X') \geq f(X)$, 当且仅当 $X' = X$ 时, 等号成立.

所以, $P\{L(X')\} = P\{X | f(X) < f(X'), X \in S\} = 0$

与条件 ② 相矛盾, 因此原命题正确.

综上所述证明, PSO-MEA 混合优化算法满足全局收敛的条件. 因此, PSO-MEA 混合优化算法全局收敛.

目前, 已有文献证明思维进化算法是全局收敛及几乎处处收敛的^[12]. 而 PSO 只是在 MEA 的各子群体内寻找最优解, 是局部寻优. 不影响 MEA 的全局寻优, 因此两个子算法相对独立运行. 满足文献^[11]的定理 4. 从而进一步证明, PSO-MEA 混合优化算法全局收敛.

5 仿真分析

5.1 测试函数

本文选择了三种常用的测试函数对 PSO-MEA 混合优化算法的性能及收敛精度和收敛速度进行测试、验证.

试、验证.

(1) Sines 函数

$$f_1(X) = 1 + \sin^2(x_1) + \sin^2(x_2) - 0.1 \exp(-x_1^2 - x_2^2) \quad (5)$$

式中, $-10 \leq x_1, x_2 \leq 10$. 其最优状态和最优值为 $\min(f_2(X)) = f_2(0, 0) = 0.9$.

(2) Hartman 函数

$$f_2(X) = - \sum_{i=1}^4 c_i \exp\left[- \sum_{j=1}^6 a_{ij} (x_j - P_{ij})^2\right], \quad 0 \leq x_j \leq 1 \quad (6)$$

$(P_{ij}) =$

$$\begin{bmatrix} 0.1312 & 0.1696 & 0.5569 & 0.0124 & 0.8283 & 0.5886 \\ 0.2329 & 0.4135 & 0.8307 & 0.3736 & 0.1004 & 0.9991 \\ 0.2348 & 0.1415 & 0.3522 & 0.2883 & 0.3047 & 0.6650 \\ 0.4047 & 0.8828 & 0.8732 & 0.5743 & 0.1091 & 0.0381 \end{bmatrix}$$

$$(a_{ij}) = \begin{bmatrix} 10 & 3 & 7 & 3.5 & 1.7 & 8 \\ 0.05 & 10 & 17 & 0.1 & 8 & 14 \\ 3 & 3.5 & 1.7 & 10 & 17 & 8 \\ 17 & 8 & 0.05 & 10 & 0.1 & 14 \end{bmatrix}$$

$$(c_i) = (1 \quad 1.2 \quad 3 \quad 3.2)$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_2(X)) = f_2(0.201, 0.15, 0.477, 0.275, 0.311, 0.657) = -3.32.$$

$$(3) f_3(X) = -\cos(x_1)\cos(x_2)\exp(-(x_1 - \pi)^2 - (x_2 - \pi)^2) + 1 \quad (7)$$

式中, $-100 \leq x_i \leq 100$. 其最优值为 0.

5.2 测试结果分析

在测试程序中, 设优胜子群体的数目 $NS=3$, 临时子群体的数目 $NT=2$, 各子群体中个体数目即 $SG=10$, 则群体尺寸 $S=10 \times 5=50$. 迭代次数均为 100 次, 允许偏差为 0.2. 针对每个测试函数, 分别独立运行 MEA、PSO、PSO-MEA 三种算法的结果如图 2~4 所示.

分析图 2~4, MEA 算法在早期时, 需要进行趋同操作, 基本上是不收敛的. PSO-MEA 混合优化算法由于在趋同操作中引入 PSO, 所以最初进行趋同操作的时间要长于 MEA 和 PSO. 虽然其最初收敛情况不佳, 但是, 一旦开始收敛后可以快速地收敛于最优适应度值. 而 MEA、PSO 算法均是在最优适应度值附近持续一定的次数, 或许能达到最优适应度值, 或许停滞. 因此, PSO-MEA 混合优化算法相比于 PSO、MEA 算法可以准确、快速地找到全局最优解.

为了更直观、准确地地区分三种算法, 将三种算法运行后的计算最优值和最优值代数绘制成表, 如表 1 所示.

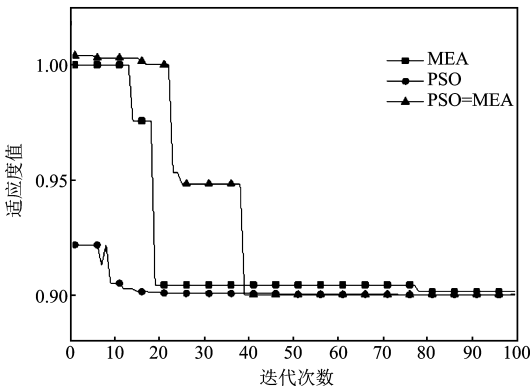


图 2 $f_1(X)$ Sines 函数

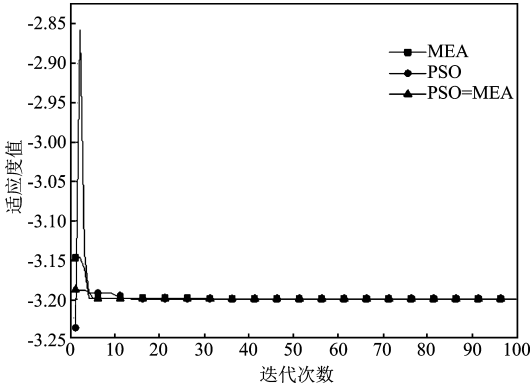


图 3 $f_2(X)$ Hartman 函数

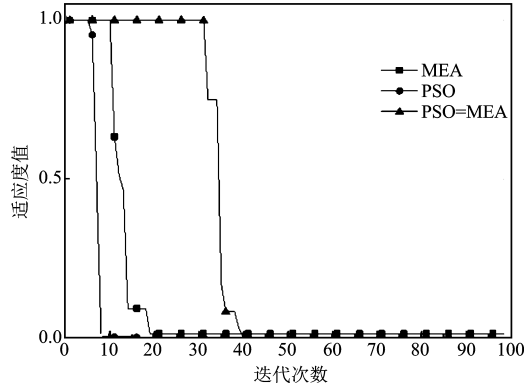


图 4 $f_3(X)$ 函数

表 1 测试函数仿真结果

函数	算法	函数最优点	计算最优值	收敛精度	代数
$f_1(X)$	PSO		0.9	1	96
	MEA	0.9	0.901 4		78
	PSO-MEA		0.9	1	39
$f_2(X)$	PSO		-3.2	0.96	27
	MEA	-3.32	-3.2	0.96	32
	PSO-MEA		-3.2	0.96	14
$f_3(X)$	PSO		0	1	74
	MEA	0	0.012 8		19
	PSO-MEA		0	1	40

从表 1 中可以得出,在允许偏差范围内,三种算法均能找到函数的最优值.但是从计算最优值的收敛精度来看,PSO-MEA 混合优化算法与 PSO 的收敛精度高于 MEA.从达到最优值的代数来看,PSO-MEA 混合优化算法的代数明显低于其他两种算法,即收敛速度快.

通过对上述图 2~4 和表 1 的分析可知,PSO-MEA 混合优化算法较 MEA、PSO 在算法性能方面有较明显改善,收敛精度和收敛速度也均有显著提高.

6 结束语

本文将 MEA 和 PSO 相结合,提出了一种新的混合优化算法——PSO-MEA 混合优化算法.在 MEA 的趋同操作中应用 PSO 快速的寻找到局部最优解.再利用 MEA 的异化操作及公告板信息,寻找到全局的最优值.利用现有混合优化算法的全局收敛性定理结合数学推理证明了 PSO-MEA 混合优化算法的全局收敛性.并通过仿真实验验证了该算法具有较好的收敛速度和较高的收敛精度,达到了预期效果.

参考文献:

[1] 李宝磊,施心陵,苟常兴,等.多元优化算法及其收敛性分析[J].自动化学报,2015,41(5):949-959.

[2] 刘建平.基于混沌和差分进化的混合粒子群优化算法[J].计算机仿真,2012,29(2):208-212.

[3] 闫婷,谢红薇.混合细菌觅食和粒子群的 k-means 聚类算法[J].微电子学与计算机,2016,33(6):59-62,67.

[4] 黄婷婷,梁意文.云 workflow 任务调度的模拟退火遗传改进算法[J].微电子学与计算机,2016,33(1):42-46.

[5] 王芳,谢克明,刘建霞.基于群体智能的思维进化算法设计[J].控制与决策,2010,25(1):145-149.

[6] 程翔,刘升.云自适应混合细菌觅食优化算法[J].微电子学与计算机,2015,32(5):111-116,121.

[7] Sun Chenyi, Sun Yan, Wei Lijun. Mind-evolution-based machine learning: framework and the implementation of optimization [C]//Proceeding of IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems. Vrenna, Austria: IEEE, 1998, 335-359.

[8] Sun Chenyi, Sun Yan, Xie Keming. Mind-evolution-based machine learning: an efficient approach of evolution computation[C]// Proceeding of the 3rd world congress on intelligent control and automation. IEEE, 2000:118-121.

14 V 隔离输出电压值,效率为 45%时,输出功率约为 1.5 W,能够满足小功率应用的需求,具有体积小、成本低、结构简单等优点. 现代电子技术要求 DC-DC 变换器体积日益减小,效率高,能够实现多路输出. 本文的探讨结果对多路输出隔离式 DC-DC 变换器的研究及工程设计具有重要的借鉴价值.

参考文献:

[1] 赵凤俭,杨玉岗,史晓斌. 平面型 PCB 变压器的设计[J]. 通信电源技术,2005,22(5):15-18.

[2] Nagesha C, Sreedevi A, Gopal M. Simulation and hardware implementation of 24 Watt multiple output flyback converter [C]// Power and Advanced Control Engineering (ICPACE), 2015 International Conference on. Bangalore, 2015:366-70.

[3] 魏晨,谢运祥,宋静娴. 浅谈开关电源中的平面变压器[J]. 通信电源技术,2006,23(5):55-61.

[4] 宋晓冬,王志强. 论平面变压器在开关电源中的技术优势[J]. 电源世界,2007,10(9):34-37.

[5] Kotte H B, Ambatipudi A, Bertilsson K. High-speed (MHz) series resonant converter (SRC) using multi-layered coreless printed circuit board (PCB) step-down power transformer[J]. IEEE, Electronics, 2013, 28 (3):1253-1264.

[6] Tang S C, Hui S Y R , Chung H. Coreless PCB transformers with multiple secondary windings for complementary gate drive circuits[C]// Power Electronics Specialists Conference (PESC), 1998 International Conference on. Fukuoka, 1998: 1965-1971.

[7] 陈超. CMOS 压控振荡器的研究[D]. 南京:南京理工大学,2013.

[8] Bouabana A, Sourkounis C, Mallach M. Design and analysis of different structure of a coreless planar transformer for a flyback converter[C]// Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), 2012 International Symposium on. Sorrento, 2012:827-831.

作者简介:

张 峰 男,(1977-),硕士,高级工程师. 研究方向为数字信号隔离、智能弹药装定技术、磁隔离技术.

马春宇(通讯作者) 女,(1986-),硕士,工程师. 研究方向为集成电路设计、电磁理论及仿真.
E-mail:chunyu. ma@ia. ac. cn.

许洪伟 男,(1987-),学士,工程师. 研究方向为射频集成电路设计.

赵 婷 女,(1989-),硕士,助理工程师. 研究方向为射频集成电路、电磁理论及仿真.

(上接第 122 页)

[9] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particles swarm theory [C]//Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science. Nagoya: IEEE Inc, 1995:39-43.

[10] 文丽,吴量大. 高等数学[M]. 北京:北京大学出版社,1989:48-59.

[11] 彭智,谢玲. 混合优化算法的全局收敛性分析[J]. 北京理工大学学报,2012,4(32):435-440.

[12] 郭红戈. 思维进化算法的转移概率分析及几乎处处收敛性证明[J]. 控制与决策,2014,12(29):2201-2206.

作者简介:

李志华 女,(1978-),副教授,硕士生导师. 研究方向为无线传感器网络、煤矿信息化.

许 新(通讯作者) 女,(1991-),硕士研究生. 研究方向为数据融合、煤矿信息化. E-mail: 15930900313@163. com.

黎作鹏 男,(1985-),博士,讲师. 研究方向为无线传感器网络、物联网技术.

任丹萍 女,(1984-),博士,讲师. 研究方向为宽带通信网、煤矿信息化.